[SECCIÓN 1] **2 La probabilidad**

La probabilidad es una palabra que maneja la gran mayoría de las personas en su comunicación. Sin embargo es frecuentemente usada en términos de posibilidad y no de probabilidad. Para iniciar su estudio es necesario recurrir a conceptos previos.

[SECCIÓN 2] **2.1 i aleatorios y espacios muestrales**

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de experimento aleatorio** |
| **Contenido** | Un **experimento aleatorio** es cualquier acción o proceso en el cual no se tiene certeza de su resultado final hasta que no se ejecute.  Es un experimento en el cual existe incertidumbre en el resultado, sin embargo, si es posible determinar los posibles resultados finales. |

Una de las características a tener en cuenta al hablar de probabilidad es la de **aleatoriedad**, la cual garantiza que los posibles resultados del experimento no pueden ser de ninguna manera manipulados por alguien que desarrolle el experimento. La aleatoriedad garantiza que hay imparcialidad a la hora de realizar el experimento.

Un experimento aleatorio común es el de lanzar una moneda al aire. En este caso, no es posible determinar el resultado de la caída de la moneda antes de lanzarse, pero si es posible determinar que el resultado debe ser cara o sello. En el caso del experimento que consiste en lanzar un dado de seis caras al aire, no es posible determinar el resultado antes de ejecutarse el lanzamiento, sin embargo si es posible determinar que debe ser un número entre 1 y 6.

Si se considera el caso de incluir en una bolsa oscura el nombre de seis personas y se selecciona aleatoriamente 3 de ellas, el experimento consiste en seleccionar 3 personas de seis. Se sabe que los seleccionados deben ser alguno de los seis nombres incluidos al inicio, pero no se puede afirmar quienes son antes de ejecutar el experimento.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de espacio muestral** |
| **Contenido** | El **espacio muestral** de un experimento aleatorio, notado como *S*, es el conjunto de todos los posibles resultados que se pueden obtener al realizar el experimento. |

Es importante hacer énfasis en que la definición de probabilidad a trabajar se basa en la teoría de conjuntos clásica. Es por ello que el lenguaje conjuntista es común en este tipo de contextos. Por lo cual, es necesario resaltar que el espacio muestral se define y se nota en términos de conjuntos.

En el caso de un gerente que cuenta con un grupo de cuatro personas: Mario, Carlos, Lucía y Betty, para conformar una comisión de dos de ellas, decide seleccionarlas aleatoriamente, el espacio muestral estará formado por todas las posibles parejas que se pueden conformar con los cuatro candidatos. En este caso el espacio muestral es.

Una vez construido el espacio muestral, el cual se considera como el **conjunto universal** del experimento aleatorio.

Se llamará **evento** a cada subconjunto que se pueda conformar con los elementos del espacio muestral. Los eventos suelen denotarse con letras mayúsculas. En el caso que el evento este conformado por un elemento, se llamará **evento simple**.

Para el caso del experimento aleatorio de seleccionar las dos personas, se muestral algunos posibles eventos:

Sea A, el evento que consiste en que dentro de las dos personas seleccionadas, Mario sea una de ellas; entonces:

,

Si B es el evento que consiste en que las dos personas seleccionadas sean del mismo género, entonces:

Si se considera:

,

Entonces, C es un evento simple.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de probabilidad** |
| **Contenido** | La probabilidad es una medida de incertidumbre que mide la ocurrencia de un evento dentro de un experimento aleatorio.  La probabilidad de ocurrencia de un evento A, denotada se define como:  En donde, corresponde al número de elementos que contiene el evento A, y es el número de elementos que contiene el espacio muestral |

Para el caso de la selección de las dos personas, es posible calcular algunas probabilidades. Por ejemplo, la probabilidad de que las dos personas seleccionadas sean de diferente género.

Sea A, el evento que consiste en que las dos personas seleccionadas son de diferente género, entonces:

Por lo cual:

|  |  |
| --- | --- |
| **Recuerda** | |
| **Contenido** | La probabilidad de ocurrencia de un evento puede ser expresada como fracción, proporción, decimal o porcentaje.  De acuerdo al contexto la fracción puede no ser necesariamente expresada en su forma más simple |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Propiedades de la definición de probabilidad** |
| **Contenido** | De la anterior definición, es importante mencionar las siguientes características:   * La probabilidad se mide como un cociente entre dos cantidades positivas. Luego la probabilidad de ocurrencia de un evento es un número positivo. * La probabilidad de un evento simple, C, es: * Ya que cualquier evento B, es un subconjunto del espacio muestral S, entonces , por lo tanto * Si , B se llama evento imposible; y si B se llama evento seguro |

[SECCIÓN 2] **2.2 Probabilidad y Conjuntos**

Al definir la probabilidad desde el punto de vista de los conjuntos, es importante establecer la relación que existe entre algunas operaciones entre conjuntos y el cálculo de probabilidades.

Las operaciones entre conjuntos usadas con mayor frecuencia en el cálculo de probabilidades son:

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Operaciones entre conjuntos** |
| **Contenido** | La unión de dos eventos *A* y *B* , notada , se lee *“A o B”*, es el evento formado por todos los resultados que están en *A* o en *B* o en ambos eventos.  La intersección de dos eventos *A* y *B*, notada , se lee *“A y B”*, es el evento formado por los elementos que están en *A* y en *B*  El complemento de un evento *A*, notado , es el conjunto de todos los resultados del espacio muestral *S*, que no están en el evento *A*. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Propiedades para el cálculo de probabilidades** |
| **Contenido** | Dos eventos *A* y *B* son mutuamente excluyentes o disjuntos si su intersección es vacío, .   * Dados dos eventos, *A* y *B*, mutuamente excluyentes, se tiene que * En general, si los dos eventos no son disjuntos entonces      * De la propiedad anterior se puede deducir la siguiente fórmula, sabiendo que los valores de las probabilidades son números por lo cual es posible despejar:      * Para cualquier evento A, se tiene que:   . |

Al iniciar el estudio de las probabilidades desde el punto de vista de los conjuntos, es útil recurrir a la representación en diagramas de Venn. En algunos casos es más sencillo usar la representación gráfica para calcular probabilidades que hacer uso de las fórmulas correspondientes. Por tal razón, los ejemplos correspondientes se mostrarán en dicha representación.

Por ejemplo, un estudio realizado entre los nuevos clientes de una cadena de distribución de tecnología determinó que de los 157 clientes que compraron artículos con descuento. Dentro de ellos, 85 compraron celulares, 100 de los clientes eran personas menores de 25 años y 75 de las personas compraron celulares y eran menores de 25 años.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** |  |
| **Descripción** | Representación en diagrama de Venn del estudio realizado entre los clientes de la tienda de tecnología |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 10  75  25  **A**  **B**  47  **S** |
| **Pie de imagen**  **Inferior** | Es importante que la representación considere los elementos que hay en cada uno de los conjuntos y teniendo en cuenta la intersección como elemento determinante en la construcción de la representación.  Si se definen los eventos A: La persona compra un celular, B: la persona es menor de 25 años, del diagrama se puede ver que:  , y, . |

Si un cliente nuevo llega a la sección de tecnología con descuento, calcular las siguientes probabilidades:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que compre un celular o sea menor de 25 años o ambos?



b. ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente tenga 25 años o más?

.

c. ¿Cuál es la probabilidad de que no compre un celular y tenga 25 años o más?



El valor de  se obtiene del diagrama de Venn

[SECCIÓN 2] **2.2 Probabilidad y Conteo**

En un experimento aleatorio es necesario identificar dos elementos fundamentales a la hora de construir el espacio muestral.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de población y muestra de un experimento aleatorio** |
| **Contenido** | Al considerar un experimento aleatorio, se define la **población** como el conjunto formado por los elementos disponibles para construir un posible resultado del experimento aleatorio.  La **muestra** está conformada por la cantidad de elementos que contiene un evento unitario  Generalmente, se denota con ***N*** al número de elementos que hay en la población y ***n***, al número de elementos que hay en la muestra |

Por ejemplo, si se lanza una moneda no cargada cinco veces al aire, la población estará conformada por dos elementos *Cara y Sello*. Son los dos únicos elementos posibles para conformar un resultado del experimento aleatorio. La muestra deberá conformarse con cinco elementos, ya que se consideran los cinco lanzamientos de la moneda. Es decir, que un posible elemento del espacio muestral es *CSSSC,* en donde el primer lanzamiento fue cara, el segundo sello, y así sucesivamente hasta que el último lanzamiento fue Cara. En este caso .

Existen dos características al seleccionar o construir la muestra que son determinantes al momento de hallar el espacio muestral. La repetición y el orden.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de muestra con repetición** |
| **Contenido** | Dado un experimento aleatorio, se dice que la muestra tiene repetición cuando para conformarla se pueden usar varias veces el mismo elemento de la población. |

Por ejemplo, se quiere conformar un equipo formado por el Gerente, el Director de Campaña y el Asesor de Imagen. Para lo cual se cuenta con seis personas capacitadas para desempeñar cualquiera de los tres cargos. Si los candidatos son: Tom, Fred, Sid, Emma, Sara y Leo y la selección de los tres candidatos se hace de forma aleatoria, se tiene que: la población está conformada por las seis personas, N=6; y la muestra está formada por las tres personas seleccionadas, n=3.

En este caso vale la pena mencionar que al seleccionar una persona para un cargo, esta no puede volver a considerarse para la elección del cargo siguiente. Por lo cual no existe repetición en la muestra. Considerando que una persona no puede ocupar dos cargos simultáneamente.

El caso de muestra con repetición se da en el ejemplo del lanzamiento de la moneda cinco veces. En este caso, la población está conformada por dos elementos; Cara y Sello, y la muestra por cinco elementos; es decir que, es necesario repetir elementos de la población para conformar la muestra. Esta es una muestra con repetición.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de muestra ordenada** |
| **Contenido** | Dado un experimento aleatorio, se dice que la muestra es ordenada si al conformarla es importante el orden en que se ubiquen los elementos de la población. |

Por ejemplo, para la semifinal del torneo femenino ínter colegiado de atletismo se clasificaron Marcos, Juan, Elias, Lucas y José. Se realiza la prueba y los tres primeros en llegar a la meta se clasifican. Se tiene que N=5, n=3. Además, al momento de llegada de los competidores lo único que importa es que llegue dentro de los tres primeros lugares. No es importante, en este caso si el atleta llega de primero, segundo o tercero, en los tres casos ha clasificado. Es decir, la muestra no es ordenada.

Si para el mismo ejemplo, se decide que el primer atleta en pasar la meta recibirá un premio económico, el segundo un reloj y el tercero solamente la clasificación, el orden de llegada importa ya que no significa lo mismo llegar de primero que de segundo. En este caso, la muestra es ordenada.

Una vez establecidos los criterios de orden y repetición y los conceptos de población y muestra, es posible definir algunas técnicas de conteo que permiten calcular el número de elementos del espacio muestral o del evento de forma más rápida y efectiva.

[SECCIÓN 3] **2.2.1 Principio de multiplicación**

Esta técnica se aplica en aquellos experimentos aleatorios en los cuales existe orden y repetición en la muestra

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de principio de multiplicación** |
| **Contenido** | Si en un experimento aleatorio se tiene una población de tamaño N, se debe tomar una muestra de tamaño n y además, la muestra tiene orden y repetición, entonces:    Donde #(S) corresponde al número de elementos del espacio muestral. |

Por ejemplo, Un programador de computadores está generando un nuevo programa que le permita construir aleatoriamente un número para la lotería, el cual consta de cuatro cifras y una serie de dos. Para conformar el número se considera que si existe repetición ya que el número puede estar formado por los dígitos iguales. Por ejemplo 2233 es un posible número formado por dígitos iguales. Así mismo, existe el orden en el número ya que 4333 es diferente a 3343. Para conformar el primer número se tienen 10 posibilidades correspondientes a los dígitos. La población es 10. Además, el número está formado por seis dígitos, luego la muestra es 6.

Entonces:



Existe 10000000 de posibles billetes de lotería distintos

El principio de multiplicación se puede aplicar en casos donde se tengan poblaciones distintas y la muestra deba tomarse considerando elementos de cada una de las poblaciones.

En el caso del cálculo de probabilidades, A la final de un torneo de béisbol llegan dos equipos: Leones y Tigres. Se van a enfrentar a una serie de cuatro juegos. Si se debe jugar los cuatro partidos, cuál es la probabilidad de que Tigres no gane ninguno de los juegos?

En este experimento aleatorio la población está conformada por dos elementos, N=2 , ya que en cada partido se tienen dos opciones: que gane el equipo A o que gane el equipo B. En un partido de béisbol no existen los empates. Además, n=4, ya que la serie consta de 4 partidos.

Ya que en este caso existe orden, ya que no es lo mismo que Leones gane el primer partido y pierda el segundo, a que pierda el primero y gane el segundo. Igualmente, existe repetición ya que si uno de los equipos gana el primer partido, es posible que lo vuelva a hacer en el segundo. Por lo tanto:

Si se considera el evento A: Tigres no gana ningún partido, entonces: El equipo Leones ganaría todos los juegos es decir que N=1 y n=4. Por lo tanto:

Es decir que:

Luego, la probabilidad de que Tigres no gane un partido es de 1 entre 16, o de 0.0625, o del 6.25%.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de principio de multiplicación para poblaciones diferentes** |
| **Contenido** | Dado un experimento aleatorio, si existen k poblaciones distintas para conformar una muestra de tamaño n, con , entonces, |

Por ejemplo, Una agencia de viajes ofrece a los turistas de una determinada ciudad un programa turístico para 3 días. Para el primer día se ofrece paseo por la ciudad o caminata por la sabana. Para el segundo día se ofrece visita a museos, tour por el centro de la ciudad o cabalgata por los alrededores del centro de la ciudad. Para el tercer día se ofrece un tour nocturno por los bares del centro o visita a la casa de poesía de la ciudad. El tiempo que se requiere en cada actividad hace que el viajero pueda escoger solamente una actividad por día. En este caso se dispone de tres poblaciones distintas: una para el primer día con dos elementos, otra para el segundo día con tres elementos y finalmente una población con dos elementos correspondientes al tercer día.

El principio de multiplicación se aplica así:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** |  |
| **Descripción** | Diagrama para formas de escoger un tour |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 2 rutas  Día 2  Día 1  3 rutas  Día 3  2 rutas  2x3x2=12 |
| **Pie de imagen**  **Inferior** | Existen tres poblaciones: una para el primer día, otra para el segundo y finalmente una para el tercero. Aplicando el principio de multiplicación para poblaciones diferentes se tiene que existe 12 posibilidades |

En ocasiones es útil encontrar el número de elementos del espacio muestral a partir de una representación gráfica en la cual se representen las diferentes posibilidades de terminar un experimento aleatorio. El diagrama de árbol es la representación en la cual se describe gráficamente el espacio muestral y en el cual cada ramificación constituye un elemento de la muestra y cada camino corresponde a un resultado posible del experimento.

Por ejemplo, Un estudiante de primer semestre de la universidad puede inscribir dos materias del ciclo básico. Matemáticas Básicas e Introducción a la Ingeniería. Al consultar los horarios disponibles se da cuenta que cada una de las materias se dicta con tres profesores diferentes: Dra. Perdomo, Dr. Romero y Dr Peña. Además cada uno de los profesores tiene disponibles horarios en la mañana y en la tarde.

Si el estudiante puede hacer una selección sin restricciones de materia, profesor y horario, el número diferente de opciones se presenta en el siguiente diagrama de árbol:

|  |  |
| --- | --- |
| **magen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** |  |
| **Descripción** | Diagrama de árbol para las opciones de escoger materia, profesor y horario |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | Matemáticas  Romero  Peña  Perdomo  Mañana  Tarde  Mañana  Tarde  Mañana  Tarde  Introducción  Romero  Peña  Perdomo  Mañana  Tarde  Mañana  Tarde  Mañana  Tarde |
| **Pie de imagen**  **Inferior** | Cada una de las ramas corresponde a un posible resultado del experimento aleatorio. Por lo cual, existen 12 posibilidades para inscribir |

[SECCIÓN 3] **2.2.2 Permutación**

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de factorial** |
| **Contenido** | El operador factorial se define sobre los números naturales incluyendo el cero. Se representa mediante el número natural y el símbolo *!*.  El **factorial de un número** se define como el producto del número con todos sus naturales anteriores hasta 1.    Para que la operación este bien definida en alguna aplicaciones futuras es necesario definir que *0!=1*. |

La permutación es la técnica se aplica en aquellos experimentos aleatorios en los cuales existe orden y no hay repetición en la muestra

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de Permutación** |
| **Contenido** | Dado un experimento aleatorio con una población N y una muestra n, si en la muestra existe orden pero no repetición, el número de elementos del espacio muestral corresponde a la permutación de n en N, la cual se simboliza  y se define, |

La permutación es una operación definida para dos números naturales n y N, donde . Además, el resultado de una permutación es un número natural.

En el caso en el que el tamaño de la población N sea igual al tamaño de la muestra n se tiene que:

**

Por ejemplo, para la elección de la junta directiva del consejo escolar se han postulado siete candidatos. En los estatutos del colegio se ha estipulado que una vez realizada la elección, el candidato con mayor votación será el presidente, el segundo en número de votos será el tesorero y el tercero en votación será el secretario.

El experimento aleatorio consiste en conformar el consejo estudiantil con tres miembros con siete candidatos disponibles. Por tanto N=7 y n=3.

En este caso existe el orden ya que no es lo mismo ser el presidente que el secretario. Además, no existe repetición, ya que, una persona no puede ocupar dos cargos.

Por tanto, el número de elementos del espacio muestral es,



Hay 210 formas distintas de conformar el consejo con los siete candidatos disponibles.

En probabilidad se tiene: En un torneo de Póker hay seis finalistas: Martin, MacMilan, Wills, Llano, García, Rozo; los cuales deben jugar hasta que uno quede con todo el dinero que hay en juego. La organización del torneo premiará a los dos finalistas, para el primero una permio en dinero y un reloj de lujo, para el segundo un reconocimiento en dinero. Si los seis finalistas tienen la misma capacidad de ser campeones, cuál es la probabilidad de que Wills sea el campeón?

En este experimento aleatorio se tiene una población de seis finalistas N=6, y una muestra de dos finalistas n=2. Se trata de una muestra ordenada ya que no es igual terminar de campeón que de subcampeón. No existe repetición ya que no es posible que un finalista ocupe los dos primeros lugares.

Por lo tanto,

****

Sea C el evento que consiste en que Wills es el campeón. Se tiene que

.

Por lo tanto:



Es decir que, la probabilidad de que Wills quede campeón es de 5 en 30.

[SECCIÓN 3] **2.2.3 Combinatoria**

La combinatoria es la técnica se aplica en aquellos experimentos aleatorios en los cuales existe orden y no hay repetición en la muestra

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de Combinatoria** |
| **Contenido** | Dado un experimento aleatorio con una población N y una muestra n, si en la muestra no existe orden ni repetición, el número de elementos del espacio muestral corresponde a la combinatoria de n en N, la cual se simboliza  y se define, |

La combinatoria de dos números naturales N y n, con , es un número natural.

Por ejemplo, Una persona encargada del departamento de desarrollo humano de una empresa debe programar cinco entrevistas para el nuevo caro de operario. Para el cargo se han presentado 8 candidatos. El encargado decide seleccionar de forma aleatoria las cinco personas a entrevistar. El experimento aleatorio consiste en seleccionar 5 personas de un grupo de 8 disponibles. N=8 y n=5.

En este caso no existe orden en la muestra ya que no importa si se selecciona primero o último, la persona va a ser entrevistada. Igualmente, no existe repetición ya que una persona no puede ser entrevistada dos veces. Por tanto,



Existen 56 formas distintas de escoger 5 personas de un grupo de 8 disponibles.

En probabilidad, Se tienen seis personas disponibles para realizar el turno de la tarde en una de las tiendas del centro, Cuatro de ellas son mujeres y dos son hombres. Se quiere seleccionar aleatoriamente tres de ellas para trabajar en la tarde del día siguiente, cuál es la probabilidad de que las tres personas seleccionadas sean mujeres?

En este caso se tiene una población, N=6, de seis trabajadores disponibles para seleccionar una muestra n=3. No existe repetición ya que ninguna persona puede ser seleccionada dos veces, y no hay orden en la elección, ya que, si son seleccionados van a realizar el mismo trabajo.

Por lo tanto,

Además, sea B: Tres personas seleccionadas son mujeres, entonces:

Ya que de cuatro mujeres disponibles se deben seleccionar tres y des dos hombres se debe seleccionar ninguno. En conclusión:

Es decir que, la probabilidad de que las tres personas seleccionadas sean mujeres es de 1 a 5, o del 20%

[SECCIÓN 2] **2.3 Probabilidad condicional**

En ocasiones es necesario calcular la probabilidad de un evento sujeto a alguna condición o a algún otro evento que ya ocurrió.

Por ejemplo, en una competencia regional asisten competidores de dos ligas nacionales, Algunos de ellos ya han ganado medallas en juegos anteriores. Si se selecciona aleatoriamente un jugador y ya ha ganado una medalla antes, se puede calcular la probabilidad de que provenga de alguna de las dos ligas. En este caso se calcula la probabilidad de que provenga de una de las dos ligas ya que se sabe que ha ganado una medalla previamente.

Al saber que el competidor ya ganó una medalla, el evento se convierte en una condición para que ocurra el evento de que provenga de una de las dos ligas. Es decir, se calcula la probabilidad de un evento dado que ya ocurrió el otro.

La probabilidad condicional se define para dos eventos A y B, donde uno de ellos hace el papel de condición sobre el otro. Es decir se debe considerar que uno de os dos eventos ya ocurrió y se quiere saber qué pasa con el otro evento.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de Probabilidad Condicional** |
| **Contenido** | Dados dos eventos A y B, se llama la probabilidad condicional de A sobre B, la cual se simboliza  y se lee “la probabilidad de A dado B” se calcula así:    En donde el evento B ya ocurrió y se quiere calcular la probabilidad de A |

Por ejemplo, un automóvil debe seguir una vía que contiene dos semáforos. Para este caso, el experimento aleatorio que consiste en pasar los dos semáforos y el espacio muestral es:

Al considerar los eventos A: El auto se detuvo en el primer semáforo y B: El auto B se detuvo en el primer semáforo. Es posible calcular la probabilidad de que se detenga en el segundo, si se sabe que el auto se detuvo en el primer semáforo. En este caso al evento A se le llama la condición para la ocurrencia de B.

Se tiene que , entonces:

Es decir, la probabilidad de que el auto se detenga en el semáforo 2 si se sabe que paró en el primero es de 1 de 2.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Probabilidad condicional en diagramas de Venn** |
| **Contenido** | En una ruta de una vía central de la ciudad que tiene tres semáforos se calculan las probabilidades de que un automóvil que se detenga en alguno de los tres semáforos. Sean: A el evento que consiste en que el automóvil se detiene el en primer semáforo, B el evento que consiste en que se detenga en el segundo y C el evento que consiste en que se detenga en el tercero. Las probabilidades asociadas a los eventos se relaciona en el diagrama  Se puede calcular la probabilidad de que el auto no se detenga en el tercer semáforo dado que se detuvo en los dos primeros. |

|  |  |
| --- | --- |
| **magen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** |  |
| **Descripción** | Diagrama Venn para el caso de los tres semáforos |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | A  0.5  0.01  0.05  0.1  0.05  0.05  0.1  0.05  C  B |
| **Pie de imagen**  **Inferior** | Del diagrama se pueden calcular las probabilidades de cada uno de los eventos y de las intersecciones |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Probabilidad condicional en diagramas de Venn** |
| **Contenido** | Se puede calcular la probabilidad de que el auto se detenga en el tercer semáforo dado que se detuvo en los dos primeros. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La probabilidad condicional noes conmutativa** |
| **Contenido** | Es posible ver que .  Del ejemplo de los tres semáforos se puede ver que:  Además, |

[SECCIÓN 3] **2.3.1 Diagramas de árbol de probabilidades condicionales**

En algunos contextos es necesario organizar los eventos relacionados en diagramas que permitan construir todas las probabilidades asociadas a estos eventos. Esta situación se ilustra en el siguiente ejemplo.

El profesor Cortez sabe por experiencia que la probabilidad de que un estudiante apruebe la asignatura que imparte es de 0.35. Además sabe que la probabilidad de que un estudiante que aprobó la asignatura haya asistido a las sesiones de monitoria es de 0.75, y que la probabilidad de que un estudiante que no aprobó la asignatura, no haya asistido a la monitoria es de 0.82

En este caso se tiene dos eventos: A: El estudiante aprueba la asignatura y B: EL estudiante asiste a las sesiones de monitoria.

Se sabe que:

.

Las probabilidades asociadas a estos dos eventos se pueden representar mediante el siguiente diagrama:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** |  |
| **Descripción** | Diagrama árbol de probabilidades condicionales |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | P(A)=0.35 |
| **Pie de imagen**  **Inferior** | Las probabilidades asociadas se calculan de acuerdo con las propiedades para calcular la probabilidad del complemento de un conjunto |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **La probabilidad de la intersección de conjuntos** |
| **Contenido** | De acuerdo con la definición de probabilidad condicional, se tiene que:  Entonces |

Por lo cual, el diagrama se puede complementar como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** |  |
| **Descripción** | Diagrama árbol de probabilidades condicionales |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | P(A)=0.35 |
| **Pie de imagen**  **Inferior** | El diagrama se completa con el cálculo de las intersecciones para cada una de las ramas del árbol. |

[SECCIÓN 3] **2.3.2 Probabilidad Total**

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** |  |
| **Descripción** | Diagrama de probabilidad total |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | A  B |
| **Pie de imagen**  **Inferior** | Sea A es un subconjunto de B, y además B se puede expresar como la unión de varios conjuntos |

Dado que:

Además:

Como es disjunto con cada una de las particiones , se tiene que:

Por tanto:

Es decir que, la probabilidad de ocurrencia de un evento se puede calcular a partir de las probabilidades condicionales asociadas a la ocurrencia de un evento condición.

En el ejemplo del profesor Cortéz la probabilidad total se puede aplicar para calcular la probabilidad de que un estudiante asista a la monitoria.

Es decir:

Por tanto,

Es decir que, la probabilidad de que un estudiante del profesor Cortez asista a la monitoria es de 37.95%

[SECCIÓN 2] **2.4. Independencia**

Para el caso de dos eventos relacionados mediante la probabilidad condicional, es posible determinar si la condición no influye sobre los resultados de ocurrencia del evento. En tal caso un evento no condiciona al otro

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Definición de independencia** |
| **Contenido** | Dados dos eventos A y B, se dice que A y B son **independientes** si:  En otras palabras:  Si entonces , por tanto:  Si la probabilidad de la intersección de dos eventos es igual a la multiplicación de las probabilidades de cada uno, entonces A y B son independientes |

La probabilidad de que una persona viva más de 90 años es de 0.35, la probabilidad de que una persona consuma un suplemento vitamínico es de 0,2. Además, la probabilidad de que una persona viva más de 90 años y consuma el suplemento vitamínico es de 0.07.

La situación se representa en el siguiente diagrama de Venn:

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** |  |
| **Descripción** | Diagrama de probabilidad total |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** | 0.28  0.07  0.13  **A**  **B**  0.52  **S** |
| **Pie de imagen**  **Inferior** | Donde A: La persona vive más de 90 años y B: La persona consume el suplemento vitamínico |

Se tiene que .

Como , entonces A y B son independientes. En otras palabras, el hecho de que una persona consuma el suplemento vitamínico no influye en que viva más de 90 años o viceversa.

[SECCIÓN 2] **2.5 Consolidación**

Actividades para afianzar lo que has aprendido en esta sección.

|  |  |
| --- | --- |
| **Practica: recurso nuevo** | |
| **Código** | RM\_01\_01\_CO |
| **Título** | Refuerza tu aprendizaje: La probabilidad |
| **Descripción** | Actividades sobre la probabilidad |